Q6 : Résolution d'équation de 2ème degré :

$E : az^2+bz+c=0$; $\Delta = b^2-4ac$

$z_1 = \frac{-b+\delta}{2a}$; $z_2 = \frac{-b-\delta}{2a}$

$S_{\mathbb{C}} = \{z_1, z_2\}$

exemple : Bac(2010) : $(E) : z^2-(1+i^\circ)z+2(1+i^\circ)=0$

1°/ vérifier que : $(1-3i^\circ)^2 = -8-6i^\circ$

2°/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

Rép : 2°/ $\Delta = (1+i^\circ)^2 - 4\times 2(1+i^\circ) = -8-6i^\circ$

$\delta = (1-3i^\circ)$

$z_1 = \frac{(1+i^\circ)-(1-3i^\circ)}{2} = -i^\circ$

$z_2 = \frac{(1+i^\circ)+(1-3i^\circ)}{2} = 1-i^\circ$

$S_{\mathbb{C}} = \{-i^\circ, 1-i^\circ\}$

Q7 : Résolution d'équation de 3ème degré

il faut connaître une solution particulière z_0.

puis factoriser.

exemple : (exercice à apprendre par coeur !!!)

on considère dans $\mathbb{C}$ l'équation.

$(E) : z^3+(5+i^\circ)z^2+(5+10i^\circ)z+15-3i^\circ = 0$

1°/ vérifier que i° est une solution de (E).

2°/ déterminer a, b et c tel que

$(z-i^\circ)(az^2+bz+c) = z^3+(5+i^\circ)z^2+(5+10i^\circ)z+15-3i^\circ$

3°/ a/ vérifier que $(5-4i^\circ)^2 = 9-40i^\circ$

b/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

Réponse :

1°/ $i^{\circ 3}+(5+i^\circ)i^{\circ 2}+(5+10i^\circ)i^\circ+15-3i^\circ = -i^\circ-(5+i^\circ)+(5+10i^\circ)i$

$+15-3i^\circ = -i^\circ-5-i^\circ+5i^\circ-10+15-3i^\circ = 0$.

donc (i°) est une solution de i°.

2°/ $(z-i^\circ)(az^2+bz+c) = az^3+bz^2+cz-i^\circ az^2-i^\circ bz$

$-ic$

$= az^3+(b-ia)z^2+(c-ib)z-ic$.

par identification avec (E) :

$\begin{cases} a=1 \\ b-ia = 5+i^\circ \\ c-i^\circ a = 5+10i^\circ \\ -i^\circ c = 15-3i^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=5+2i^\circ \\ c = \frac{15-3i^\circ}{-i^\circ} = 15i^\circ+3 \end{cases}$

donc $(E) : (z-i^\circ)(z^2+(5+2i^\circ)z+3+15i^\circ) = 0$.

3°/ a/ $(5-4i^\circ)^2 = 25-40i^\circ-16 = 9-40i^\circ$

b/ $(z-i^\circ)(z^2+(5+2i^\circ)z+3+15i^\circ) = 0$

$z-i^\circ = 0$ ou $z^2+(5+2i^\circ)z+3+15i^\circ = 0$

$z_1 = i^\circ$ | $\Delta = (5+2i^\circ)^2-4(3+15i^\circ) = 9-40i^\circ = (5-4i^\circ)^2$

$z_2 = \frac{-(5+2i^\circ)-(5-4i^\circ)}{2} = -5+i^\circ$

$z_3 = \frac{-(5+2i^\circ)+(5-4i^\circ)}{2} = -3i^\circ$

$S_{\mathbb{C}} = \{i^\circ ; -5+i^\circ ; -3i^\circ\}$.

B.M. Taki Eddine
23.390.248